

東日本大震災からの復旧期間の推計研究～資本ストックに焦点を当てて～

(ケース 1 : 技術進歩考慮なし)

ソローモデルにおける 1 人当たり資本ストックの時間経路は、生産関数がコブ＝ダグラス型 ($Y_t = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$) で、貯蓄率が一定の場合、以下の式から与えられる (Barro and Sala-i-Martin 『内生的経済成長論 I [第 2 版]』 (2006) p59)。

$$k_1^{1-\alpha} = \frac{sA}{(n+\delta)} + \left\{ [k_0]^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} \right\} \cdot e^{-(1-\alpha) \cdot (n+\delta) \cdot t} \quad (1 \text{ 式})$$

ここで、 k_1 を震災前の 1 人当たり資本ストック、 k_0 を震災後の 1 人当たり資本ストックとすると、その他の変数を実データ等から入手し、(1 式) に代入することで、 k_0 から k_1 までに回復する期間 t を求めることができる。

なお、 k_0, k_1 以外の変数の説明については以下の表 1 参照。

1. 全国を対象とした復旧期間の推計

震災後の 1 人当たり資本ストック (全国) が、震災前水準に復旧するまでの期間を推計する。

(1) データ

全国を対象とし、(1 式) に関連するデータを収集する (表 1 参照)。

表 1 推計用データ (全国)

変数	変数名	数値	出典
1) K_1	震災前の資本ストック (民間資本)	1,176.2 兆円	内閣府都道府県別経済財政モデル (平成 22 年度版)
2) K_0	震災後の資本ストック (民間資本)	1,162.8 兆円	内閣府試算より、1) - 13.4 兆円 ¹
3) L	就業者人口 (不変と仮定)	6,294 万人	総務省 労働力調査
4) k_1	震災前の 1 人当たり資本ストック	18.6 百万円	1) / 3)
5) k_0	震災後の 1 人当たり資本ストック	18.4 百万円	2) / 3)
6) α	資本分配率	39%	国民経済計算より厚労省推計

¹ 「東日本大震災における被害額の推計について」(内閣府、H23.6.24) における総被害額約 16.9 兆円から、社会資本ストック関連分 (ライフライン施設の被害額：約 1.3 兆円、社会基盤施設の被害額：約 2.2 兆円) を引いた額。

7) s	貯蓄率	21%	2005年産業連関表
8) n	人口成長率	0%	仮定
9) δ	資本減耗率	9%	国民経済計算より厚労省推計
10) Y_1	震災前の GDP	520 兆円	国民経済計算 (H19 年度)
11) y_1	震災前の 1 人当たり GDP	945 万円	10)/3)
12) A	技術水準	11,855	$y_1 = Ak_1^\alpha$ より、4),6),11)を用いて推計
13) y_0	震災後の 1 人当たり GDP	822 万円	$y_0 = Ak_0^\alpha$ より、5),6),12)を用いて推計⇒GDP 換算では 517.6 兆円 (震災により 2.4 兆円の損失)
14) t	期間 (年)		
15) $sy_0 - (n + \delta)k_0$	震災後の 1 人当たり純投資額	6.4 万円	5),7),8),9),11)を用いて推計
16) k^{eq}	定常状態における 1 人当たり資本ストック	19.6 百万円	$k^{eq} = \left[\frac{sA}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)}$ (下記【参考】参照) より、6),7),8),9),12)を用いて推計
17) k^{gd}	定常状態が黄金律 (1 人当たり消費が最大) を満たす時 ($\alpha = s$) の 1 人当たり資本ストック	54.5 百万円	$k^{gd} = \left[\frac{\alpha A}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)}$ (下記【参考】参照) より、6),8),9),12)を用いて推計

【参考】定常状態における 1 人当たり資本ストック k^{eq} と定常状態が黄金律を満たす時の 1 人当たり資本ストックの関係

定常状態の 1 人当たり資本ストック

定常状態とは、1 人当たり資本ストックが変化しない状態のことであり、これはすなわち 1 人当たり純投資額がゼロ ($sy - (n + \delta)k = 0$) となる時である。これに $y = Ak^\alpha$ を代入して k について解いたものが、定常状態における 1 人当たり資本ストック

$$k^{eq} = \left[\frac{sA}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (2 \text{ 式})$$

である。

表 1 のデータでは、 $k^{eq} = 19.6$ 百万円となる。

黄金律水準の1人当たり資本ストック

定常状態が黄金律を満たす時の1人当たり資本ストックとは、定常状態(2式)を満たすもののうち、1人当たり消費水準 $c = y - (n + \delta)k = Ak^\alpha - (n + \delta)k$ を最大化する資本ストック水準である。 c を k について微分してゼロとおくと $\frac{\partial c}{\partial k} = \alpha Ak^{\alpha-1} - (n + \delta) = 0$ となり、 k について解いたものが、定常状態における1人当たり資本ストック

$$k^{sd} = \left[\frac{\alpha A}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (3式)$$

である。

(2式)と(3式)を比較すると、 $\alpha = s$ 、すなわち貯蓄率が資本分配率と等しい時に、定常状態において黄金律水準の1人当たり資本ストックが実現することが分かる。

表1のデータでは $\alpha = s = 0.39$ の時であり、 $k^{sd} = 54.5$ 百万円となる。

(2) 推計

上記表1のデータを(1式)に代入することで、震災後の1人当たり資本ストック k_0 が、震災前の1人当たり資本ストック k_1 ($> k_0$) に復旧するまでの期間 t を推計する。

表1の4),5),16),17)より、 k_0 [震災後] $< k_1$ [震災前] $< k^{eq}$ [定常状態] ($< k^{sd}$) であり、ソローモデルは図1のように描かれる。

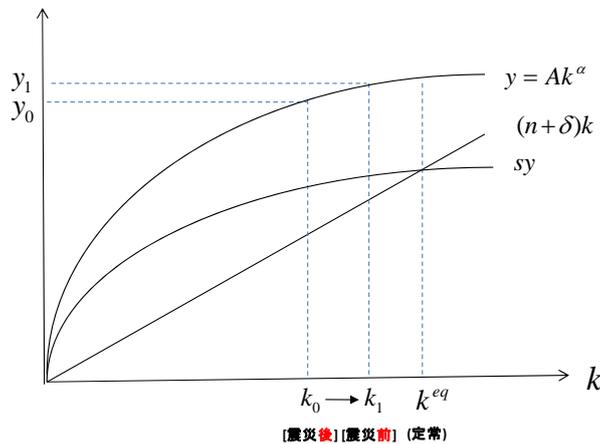


図1 ソローモデル ($k_0 < k_1 < k^{eq}$ のケース)

(1式)より、1人当たり資本ストック水準が、 k_0 から k_1 まで復旧するまでの期間 t を求める。右辺第1項を左辺に移動すると、

$$k_1^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n + \delta)} = \left\{ [k_0]^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n + \delta)} \right\} \cdot e^{-(1-\alpha) \cdot (n + \delta) \cdot t}$$

となり、表1のデータを代入すると、

$$-847 = -1,033 \cdot e^{-0.054t}$$

となる。両辺に-1をかけて自然対数を取ると、

$$6.74 = 6.94 - 0.054t \Rightarrow t = 3.6 \text{ (年)}$$

となる。すなわち、約3年半で震災前の1人当たり資本ストック水準（全国）に復旧する。

(3) 感度分析

(2)での推計結果は貯蓄率 s （表1では0.21）や資本減耗率 δ （表1では0.09）の想定に依存する。ここでは、貯蓄率 s 、資本減耗率 δ について感度分析を行う。

1) 貯蓄率 s

表1のデータにおいて、貯蓄率 s を15%~25%、39%（定常状態が黄金律となる場合の貯蓄率）に変化させた時の、震災前水準の資本ストック k_1 に復旧するまでの期間 t は表2の通りである（黄色部分が(2)での推計結果）。

表2 貯蓄率 s の感度分析結果（全国）

s (%)	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	39
t (年)	—	—	—	—	—	—	3.6	1.5	1.0	0.7	0.5	0.1

表2の結果より、貯蓄率 s が高ければ高いほど、投資が促進されるため、震災前水準への復旧までの期間が短くなることが分かる。

なお、表2で「—」となっているのは、 s の大きさによって k_0 [震災後]、 k_1 [震災前]、 k^{eq} [定常状態]の関係が $k^{eq} < k_0 < k_1$ となるケースである（図2参照）。

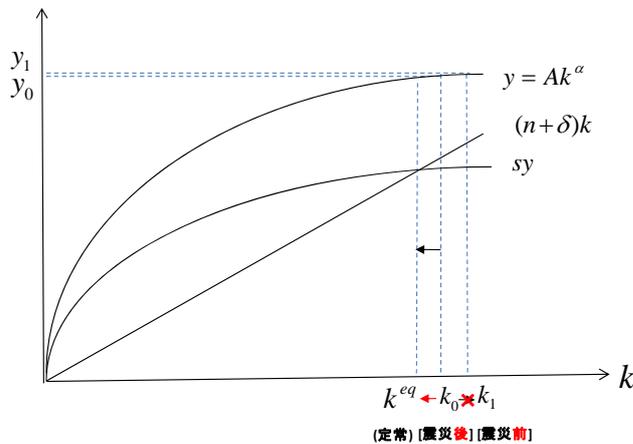


図2 ソローモデル ($k^{eq} < k_0 < k_1$ のケース)

この場合、 $sy_0 - (n + \delta)k_0 < 0$ 、すなわち、震災後の純投資はマイナスとなることから、資本ストックは減少に向かう。すなわち、震災後水準 k_0 から震災前水準 k_1 には復旧せず、 k^{eq} に収束することになるため、表2では「－（解なし）」としている。

2) 資本減耗率 δ

表1のデータにおいて、資本減耗率 δ を5%～15%に変化させた時の、震災前水準の資本ストック k_1 に復旧するまでの期間 t は表3の通りである（黄色部分が（2）での推計結果）。

表3 資本減耗率 δ の感度分析結果（全国）

δ (%)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
t (年)	0.3	0.3	0.5	0.9	3.6	－	－	－	－	－	－

表3の結果より、資本減耗率 δ が低ければ低いほど、毎年減耗していく資本ストックが減るため、震災前水準への復旧までの期間が短くなることが分かる。

なお、「－」は表2と同様、 δ の大きさによって $k^{eq} < k_0 < k_1$ となるケースであり、1人当たり資本ストックが震災後水準 k_0 から震災前水準 k_1 には復旧しない（解がない）状態を表す。

3) 貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせから求められる t （年）

表1のデータにおいて、貯蓄率 s を15%～25%、39%、資本減耗率 δ を5%～15%にそれぞれ変化させた時に推計される t は表4の通りである（黄色部分が（2）での推計結果）。

表4 貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の感度分析結果（全国）

$s \backslash \delta$	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
15%	0.7	1.8	－	－	－	－	－	－	－	－	－
16%	0.5	1.0	11.9	－	－	－	－	－	－	－	－
17%	0.5	0.7	2.1	－	－	－	－	－	－	－	－
18%	0.4	0.6	1.2	－	－	－	－	－	－	－	－
19%	0.3	0.5	0.8	2.7	－	－	－	－	－	－	－
20%	0.3	0.4	0.6	1.3	－	－	－	－	－	－	－
21%	0.3	0.3	0.5	0.9	3.6	－	－	－	－	－	－
22%	0.2	0.3	0.4	0.7	1.5	－	－	－	－	－	－
23%	0.2	0.3	0.4	0.5	1.0	5.7	－	－	－	－	－
24%	0.2	0.2	0.3	0.4	0.7	1.8	－	－	－	－	－
25%	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	1.1	13.4	－	－	－	－
39%	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3

※「－」：解なしを表す。

4) 定常状態への収束期間

1人当たり資本ストックが、震災前の水準の k_1 ではなく、ソローモデルにおける均衡水準の資本ストックである k^{eq} に収束するまでの期間 t を、p1の(1式)を用いて推計する。

ただし、 k^{eq} への完全な収束には相当の期間がかかることから、貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせにより、 $k_0 < k^{eq}$ となるケースでは k^{eq} の95%水準、 $k^{eq} < k_0$ となるケースでは k^{eq} の105%水準に収束するまでの期間 t を推計する。

4) - 1 定常状態への収束期間 ($k_0 < k^{eq}$ のケース)

貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせによって $k_0 < k^{eq}$ となるケース(p3の図1)について、 k^{eq} の95%水準に到達するまでの期間 t を、(1式)を修正した(1'式)によって求める。

$$(0.95k^{eq})^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} = \left\{ [k_0]^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} \right\} \cdot e^{-(1-\alpha) \cdot (n+\delta) \cdot t} \quad (1'式)$$

表1のデータを用いて推計した結果は表5の通りである。

表5 資本ストックが震災後水準から定常状態に収束するまでの t (年) : $k_0 < k^{eq}$ のケース (全国)

$s \backslash \delta$	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
15%	69.0	32.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16%	74.6	44.7	0.9	—	—	—	—	—	—	—	—
17%	78.9	52.2	20.9	—	—	—	—	—	—	—	—
18%	82.2	57.5	33.2	2.9	—	—	—	—	—	—	—
19%	85.0	61.5	40.4	11.6	—	—	—	—	—	—	—
20%	87.3	64.6	45.5	24.5	—	—	—	—	—	—	—
21%	89.2	67.2	49.3	31.7	3.5	—	—	—	—	—	—
22%	90.9	69.3	52.3	36.6	17.7	—	—	—	—	—	—
23%	92.3	71.2	54.7	40.3	25.0	3.9	—	—	—	—	—
24%	93.6	72.7	56.7	43.1	29.8	12.1	—	—	—	—	—
25%	94.8	74.1	58.4	45.4	33.4	19.6	1.7	—	—	—	—
39%	103	83.7	69.6	58.8	50.2	43.1	36.9	31.5	26.5	21.5	16.2

※「—」は解なしを表す ($k^{eq} < k_0$ となるケースであるため)。

4) - 2 定常状態への収束期間 ($k^{eq} < k_0$ のケース)

貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせによって $k^{eq} < k_0$ となるケース(p4の図2)について、 k^{eq} の105%水準に到達するまでの期間 t を、(1式)を修正した(1'式)によって求める。

$$(1.05k^{eq})^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} = \left\{ [k_0]^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} \right\} \cdot e^{-(1-\alpha)(n+\delta) \cdot t} \quad (1''式)$$

表1のデータを用いて推計した結果は表6の通りである。

表6 資本ストックが震災後水準から定常状態に収束するまでの t (年) : $k^{eq} < k_0$ のケース (全国)

$s \backslash \delta$	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
15%	—	—	11.0	38.6	44.6	46.0	45.8	44.8	43.5	42.1	40.7
16%	—	—	—	28.9	39.5	42.6	43.2	42.7	41.8	40.7	39.4
17%	—	—	—	13.1	33.5	38.8	40.5	40.6	40.0	39.2	38.1
18%	—	—	—	—	25.7	34.6	37.5	38.4	38.2	37.6	36.8
19%	—	—	—	—	13.7	29.5	34.3	36.0	36.4	36.1	35.5
20%	—	—	—	—	7.2	23.1	30.7	33.5	34.4	34.5	34.2
21%	—	—	—	—	—	13.7	26.4	30.7	32.3	32.9	32.8
22%	—	—	—	—	—	1.1	21.0	27.5	30.1	31.2	31.4
23%	—	—	—	—	—	—	13.5	23.8	27.7	29.3	29.9
24%	—	—	—	—	—	—	2.2	19.2	24.9	27.3	28.4
25%	—	—	—	—	—	—	—	13.0	21.7	25.2	26.8
39%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

※「—」は解なしを表す ($k_0 < k^{eq}$ となるケースであるため)。

2. 東北地方（6県）を対象とした復旧期間の推計

1. では全国を対象とし、全国における1人当たり資本ストックの震災前水準への復旧までの期間を推計した。2. では、東北地方における1人当たり資本ストックの震災前水準への復旧までの期間を推計する。

(1) データ

東北地方を対象とし、(1式)に関連するデータを収集する(表7参照)。

表7 推計用データ(東北地方)

変数	変数名	数値	出典
1) K_1	震災前の資本ストック(民間資本)	81.7兆円	内閣府都道府県別経済財政モデル(平成22年度版)
2) K_0	震災後の資本ストック(民間資本)	68.3兆円	内閣府試算より、1)−13.4兆円
3) L	就業者人口(不変と仮定)	444万人	総務省 労働力調査
4) k_1	震災前の1人当たり資本ストック	18.4百万円	1)/3)
5) k_0	震災後の1人当たり資本ストック	15.3百万円	2)/3)
6) α	資本分配率	39%	国民経済計算より厚労省推計
7) s	貯蓄率	21%	2005年産業連関表
8) n	人口成長率	0%	仮定
9) δ	資本減耗率	9%	国民経済計算より厚労省推計
10) Y_1	震災前のGDP	34兆円	県民経済計算(H19年度) [山形、秋田:4兆円、青森、岩手5兆円、宮城、福島8兆円]
11) y_1	震災前の1人当たりGDP	765万円	10)/3)
12) A	技術水準	11,055	$y_1 = Ak_1^\alpha$ より、4),6),11)を用いて推計
13) y_0	震災後の1人当たりGDP	713万円	$y_0 = Ak_0^\alpha$ より、5),6),12)を用いて推計⇒GDP換算では31.7兆円(震災により2.3兆円の損失)
14) t	期間(年)		
15) $s y_0 - (n + \delta) k_0$	震災後の1人当たり純投資額	11.4万円	5),7),8),9),11)を用いて推計
16) k^{eq}	定常状態における1人当たり資本ストック	17.5百万円	$k^{eq} = \left[\frac{sA}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)}$ より、6),7),8),9),12)を用いて推計

17) k^{gd}	定常状態が黄金律（1人当たり消費が最大）を満たす時（ $\alpha = s$ ）の1人当たり資本ストック	48.6百万円	$k^{gd} = \left[\frac{\alpha A}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)}$ より、 6),8),9),12)を用いて推計
--------------	---	---------	--

※青字の数値は p1 の表 1 と同じ値を表す。すなわち、資本分配率、人口成長率、資本減耗率は全国と東北地方とで同じという想定。

2) 推計

上記表 7 のデータを p1 の (1 式) に代入することで、震災後の 1 人当たり資本ストック k_0 が、震災前の 1 人当たり資本ストック k_1 ($> k_0$) に復旧するまでの期間 t を推計する。

表 7 の 4),5),16),17)より、 k_0 [震災後] $< k^{eq}$ [定常状態] $< k_1$ [震災前] ($< k^{gd}$) であり、ソローモデルは図 3 のように描かれる。

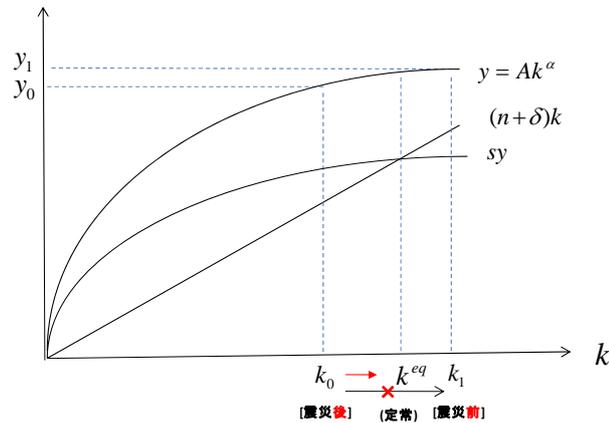


図 3 ソローモデル ($k_0 < k^{eq} < k_1$ のケース)

このようなケースでは、1 人当たり資本ストックは震災後水準 k_0 からの復旧の過程で定常状態水準 k^{eq} に到達し、以降不変となるため、震災前水準 k_1 までには復旧しないことになる。

そこで、 k^{eq} の 95%水準に達するまでの期間 t を計算する。すなわち、p6 と同様、(1 式) を修正した (1' 式) によって求める。

$$(0.95k^{eq})^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} = \left\{ [k_0]^{1-\alpha} - \frac{sA}{(n+\delta)} \right\} \cdot e^{-(1-\alpha) \cdot (n+\delta) \cdot t} \quad (1' \text{ 式})[\text{再掲}]$$

表 7 のデータを (1' 式) に代入すると、

$$-793 = -1,976 \cdot e^{-0.054t}$$

となり、両辺に -1 をかけて自然対数を取ると、

$$6.67 = 7.91 - 0.054t \quad \Rightarrow \quad t = 16.6 \text{ (年)}$$

すなわち、約 16 年半で定常状態の 1 人当たり資本ストック（東北地方）の 95%水準に到達する（震災前水準には復旧しない）。

（3）感度分析

（2）での推計結果は貯蓄率 s （表 7 では 0.21）や資本減耗率 δ （表 7 では 0.09）の想定に依存する。ここでは、貯蓄率 s 、資本減耗率 δ について感度分析を行う。

1) 貯蓄率 s

表 7 のデータにおいて、貯蓄率 s を 15%～25%、39%（定常状態が黄金律となる場合の貯蓄率）に変化させた時の、震災前水準の資本ストック k_1 に復旧するまでの期間 t は表 8 の通りである。

表 8 貯蓄率 s の感度分析結果（東北地方）

s (%)	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	39
t (年)	—	—	—	—	—	—	—	35.5	17.6	12.1	9.3	2.2

表 8 の結果より、貯蓄率 s が高ければ高いほど、投資が促進されるため、震災前水準への復旧までの期間が短くなることが分かる。

なお、「—」は、 $k^{eq} < k_0 < k_1$ （p4 の図 2）あるいは $k_0 < k^{eq} < k_1$ （p9 の図 3）となるケースであり、震災前水準の資本ストック k_1 に復旧しないため、「解なし」を表している。

2) 資本減耗率 δ

表 7 のデータにおいて、資本減耗率 δ を 5%～15%に変化させた時の、震災前水準の資本ストック k_1 に復旧するまでの期間 t は表 9 の通りである。

表 9 資本減耗率 δ の感度分析結果（東北地方）

δ (%)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
t (年)	6.2	8.1	11.5	20.7	—	—	—	—	—	—	—

表 9 の結果より、資本減耗率 δ が低ければ低いほど、毎年減耗していく資本ストックが減るため、震災前水準への復旧までの期間が短くなることが分かる。

なお、表 8 と同様、「—」は「解なし」を表している。

3) 貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせから求められる t (年)

表7のデータにおいて、貯蓄率 s を15%~25%、39%、資本減耗率 δ を5%~15%にそれぞれ変化させた時の、震災前水準の資本ストック k_1 に復旧するまでの期間 t は表10の通りである。

表10 貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の感度分析結果 (東北地方)

$s \backslash \delta$	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
15%	11.4	34.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16%	8.9	18.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17%	7.3	12.5	55.6	—	—	—	—	—	—	—	—
18%	6.2	9.5	21.2	—	—	—	—	—	—	—	—
19%	5.4	7.7	13.8	—	—	—	—	—	—	—	—
20%	4.7	6.5	10.2	26.1	—	—	—	—	—	—	—
21%	4.3	5.6	8.2	15.4	—	—	—	—	—	—	—
22%	3.8	4.9	6.8	11.1	35.5	—	—	—	—	—	—
23%	3.5	4.4	5.8	8.7	17.6	—	—	—	—	—	—
24%	3.2	4.0	5.1	7.1	12.1	—	—	—	—	—	—
25%	3.0	3.6	4.5	6.1	9.3	20.8	—	—	—	—	—
39%	1.5	1.6	1.8	2.0	2.2	2.5	2.9	3.5	4.3	5.8	8.9

※「—」: 解なしを表す。

4) 定常状態への収束期間

1人当たり資本ストックが、震災前の水準の k_1 ではなく、ソローモデルにおける均衡水準の資本ストックである k^{eq} に収束するまでの期間 t を、p1の(1式)を用いて推計する。

ただし、 k^{eq} への完全な収束には相当の期間がかかることから、貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせによって、 $k_0 < k^{eq}$ となるケースでは k^{eq} の95%水準、 $k^{eq} < k_0$ となるケースでは k^{eq} の105%水準に収束するまでの期間 t を推計する。

4) - 1 定常状態への収束期間 ($k_0 < k^{eq}$ のケース)

貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせによって $k_0 < k^{eq}$ となるケース (p3の図1、またはp9の図3) について、 k^{eq} の95%水準に到達するまでの期間 t を p9の(1'式)を用いて推計した結果は表11(次頁)の通りである。

なお赤字は、p9の図3のように、 k_1 に復旧せずに k^{eq} の95%水準に到達するケースを示している(黄色部分が(2)での推計結果)。

表 1 1 資本ストックが震災後水準から定常状態に収束するまでの t (年) : $k_0 < k^{eq}$ のケース (東北地方)

$s \backslash \delta$	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
15%	72.7	41.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16%	77.6	50.1	14.6	—	—	—	—	—	—	—	—
17%	81.4	56.2	30.5	—	—	—	—	—	—	—	—
18%	84.4	60.6	39.0	6.6	—	—	—	—	—	—	—
19%	86.9	64.1	44.6	22.7	—	—	—	—	—	—	—
20%	88.9	66.8	48.8	30.8	3.9	—	—	—	—	—	—
21%	90.7	69.1	52.0	36.2	16.6	—	—	—	—	—	—
22%	92.2	71.0	54.5	40.1	24.6	1.9	—	—	—	—	—
23%	93.6	72.7	56.7	43.1	29.7	11.8	—	—	—	—	—
24%	94.8	74.1	58.5	45.5	33.4	19.7	0.3	—	—	—	—
25%	95.8	75.4	60.0	47.5	36.3	24.7	21.6	—	—	—	—
39%	103	84.3	70.2	59.5	51.0	44.0	38.0	32.7	27.9	23.4	18.8

※赤字は k_1 に復旧せずに k^{eq} の 95%水準に到達するケース、「—」は解なしを表す ($k^{eq} < k_0$ となるケースであるため)。

4) - 2 定常状態への収束期間 ($k^{eq} < k_0$ のケース)

貯蓄率 s 、資本減耗率 δ の組み合わせによって $k^{eq} < k_0$ となるケース (p4 の図 2) について、 k^{eq} の 105%水準に到達するまでの期間 t を p7 の (1'式) を用いて推計した結果は表 1 2 の通りである。

表 1 2 資本ストックが震災後水準から定常状態に収束するまでの t (年) : $k^{eq} < k_0$ のケース (東北地方)

$s \backslash \delta$	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
15%	—	—	2.7	26.9	38.6	42.0	42.8	42.4	41.5	40.4	39.2
16%	—	—	—	7.0	31.8	37.9	39.8	40.1	39.6	38.8	37.8
17%	—	—	—	0.8	22.5	33.1	36.5	37.6	37.6	37.2	36.4
18%	—	—	—	—	6.2	27.2	32.9	35.0	35.6	35.5	35.0
19%	—	—	—	—	2.3	19.2	28.7	32.2	33.5	33.8	33.5
20%	—	—	—	—	—	5.6	23.6	29.0	31.1	31.9	32.0
21%	—	—	—	—	—	0.2	16.6	25.3	28.6	30.0	30.5
22%	—	—	—	—	—	—	5.1	20.7	25.8	27.9	28.9
23%	—	—	—	—	—	—	0.3	14.6	22.4	25.7	27.1
24%	—	—	—	—	—	—	—	4.6	18.4	23.1	25.3
25%	—	—	—	—	—	—	—	0.8	12.9	20.1	23.2
39%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

※「—」は解なしを表す ($k_0 < k^{eq}$ となるケースであるため)。

参考：ラムゼーモデルにおける復旧期間の推計

(1) ラムゼーモデルとは

これまでの復旧期間の推計で用いてきたソローモデルでは、消費者による消費と貯蓄の最適化行動は考慮されておらず、当初の貯蓄率（現在の日本では 21%）が、期間を通じて常に一定であることが前提となっている。すなわち、ソローモデルからは、望ましい貯蓄率を求めることができない。

一方、ソローモデルとは対照的に、消費者による消費と貯蓄の最適化行動を考慮し、現在だけでなく、将来を見据えた上でどのような消費、貯蓄行動を取ることが望ましいかを求めることができるモデルとして、「ラムゼーモデル」がある (Barro and Sala-i-Martin (2006)第 2 章等参照)。ラムゼーモデルからは、資本ストックが最も効率的に使われている状態やその時の貯蓄率、そしてその状態に到達するまでの期間を求めることができる。

そこで以下では、現在の日本の貯蓄率 21%を、ラムゼーモデルにおいて望ましいとされる水準にただちに變更する政策を政府が実行するという、理想的な状況を想定した時に、震災前水準までどのくらいの期間で復旧するのか、そして最適な 1 人当たり資本ストック水準にどれくらいの期間で到達するのかを推計する。

(2) ラムゼーモデルにおける最適な資本ストック水準

ラムゼーモデルにおける最適解から求められる定常状態の 1 人当たり資本ストックは「修正された黄金律」水準の資本ストックと呼ばれ、以下の式で表される (Barro and Sala-i-Martin(2006) p143 より生産関数をコブ＝ダグラス型 $Y_t = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ と想定して導出)。

$$k^{mgd} = \left[\frac{\alpha A}{(n + \delta + \rho)} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (4 \text{ 式})$$

ここで、 ρ は時間選好率である。

(4 式) と、p3 の (3 式) で表される「黄金律」水準の 1 人当たり資本ストック

$$k^{gd} = \left[\frac{\alpha A}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (3 \text{ 式}) \text{ [再掲]}$$

とを比較すると、分子は同じ αA である。これは、 k^{gd} 、 k^{mgd} のいずれの場合も、通常の定常状態における 1 人当たり資本ストックを表す $k^{eq} = \left[\frac{sA}{(n + \delta)} \right]^{1/(1-\alpha)}$ において、貯蓄率 s が資本分配率 α （現在の日本では 39%）と等しくなっていることを示している。

一方、(3式)の分母には含まれていない時間選好率 ρ が、(4式)の分母に含まれるという点が両者の違いである。ラムゼーモデルでは、将来を見据えた上で消費、貯蓄行動の最適化を行うので、現在の消費を節約してまで資本ストックを蓄積することへの「我慢の度合い」である時間選好率の分だけ、資本ストックが黄金律水準よりも小さくなる。すなわち、我慢強くない(ρ が大きい)ほど資本蓄積よりも現在の消費を優先するため、 k^{mgd} は小さくなる。

また、ラムゼーモデルから導かれる最適な消費・貯蓄行動を取った場合における、1人当たり資本ストックの震災後水準 k_0 から修正された黄金律水準 k^{mgd} に到達する期間は、時間選好率 ρ を考慮し、 $s=\alpha$ であることを踏まえると、p1の(1式)を以下の(5式)のように修正することで求めることができる。

$$k^{mgd^{1-\alpha}} = \frac{\alpha A}{(n+\delta+\rho)} + \left\{ [k_0]^{1-\alpha} - \frac{\alpha A}{(n+\delta+\rho)} \right\} \cdot e^{-(1-\alpha) \cdot (n+\delta+\rho) \cdot t} \quad (5式)$$

同様に、1人当たり資本ストックの震災後水準 k_0 から震災前水準 k_1 に復旧するまでの期間は、(5式)の k^{mgd} を震災前水準 k_1 に置き換えることで求めることができる。

(3) データ

1) 全国

「1. 全国を対象とした復旧期間の推計」で用いたデータ(p1の表1)から、全国における修正された黄金律水準の1人当たり資本ストックを(4式)によって求めると、表13の赤枠の通りである。なお、時間選好率 ρ は1~3%と想定した。

表13 「修正された黄金律」水準の1人当たり資本ストック(全国、表1と同じ条件)

変数	変数名	数値
4) k_1	震災前の1人当たり資本ストック	18.6 百万円
5) k_0	震災後の1人当たり資本ストック	18.4 百万円
16) k^{eq}	定常状態における1人当たり資本ストック ($s=21\%$)	19.6 百万円
17) k^{sd}	定常状態が黄金律(効率的労働1単位当たり消費が最大)を満たす時 ($\alpha=s=39\%$) の1人当たり資本ストック	54.5 百万円
k^{mgd}	定常状態が修正された黄金律を満たす時 ($\alpha=s=39\%$) の1人当たり資本ストック ($\rho=1\%$)	45.9 百万円
	定常状態が修正された黄金律を満たす時の1人当たり資本ストック ($\rho=2\%$)	39.2 百万円
	定常状態が修正された黄金律を満たす時の1人当たり資本ストック ($\rho=3\%$)	34.0 百万円

時間選好率 ρ が 1%~3% のいずれのケースにおいても、 $k_0 < k_1 < k^{eq} < k^{mgd} < k^{gd}$ が成り立っている。

これより、貯蓄率が 21% で一定の下では、1 人当たり資本ストックが震災後水準 k_0 から震災前水準 k_1 に復旧し、さらに定常状態水準 k^{eq} に収束するが、その水準はラムゼーモデルから導出される最適な資本ストック水準 k^{mgd} (貯蓄率 39%) よりも低い水準となる。これより、日本全体の資本ストック (民間資本) 水準は過小蓄積であることが示唆される。

2) 東北地方

表 1 3 と同様に、「2. 東北地方 (6 県) を対象とした復旧期間の推計」で用いたデータ (p8 の表 7) から、東北地方における修正された黄金律水準の資本ストック水準を (4 式) によって求めると、表 1 4 の赤枠の通りである。

表 1 4 「修正された黄金律」水準の 1 人当たり資本ストック (東北地方、表 7 と同じ条件)

変数	変数名	数値
4) k_1	震災前の 1 人当たり資本ストック	18.4 百万円
5) k_0	震災後の 1 人当たり資本ストック	14.5 百万円
16) k^{eq}	定常状態における 1 人当たり資本ストック	17.5 百万円
17) k^{gd}	定常状態が黄金律 (効率的労働 1 単位当たり消費が最大) を満たす時 ($\alpha = s$) の 1 人当たり資本ストック	48.6 百万円
k^{mgd}	定常状態が修正された黄金律を満たす時の 1 人当たり資本ストック ($\rho = 1\%$)	40.9 百万円
	定常状態が修正された黄金律を満たす時の 1 人当たり資本ストック ($\rho = 2\%$)	34.9 百万円
	定常状態が修正された黄金律を満たす時の 1 人当たり資本ストック ($\rho = 3\%$)	30.3 百万円

時間選好率 ρ が 1%~3% のいずれのケースにおいても、 $k_0 < k^{eq} < k_1 < k^{mgd} < k^{gd}$ が成り立っている。

これより、貯蓄率が 21% で一定の下では、1 人当たり資本ストックは定常状態水準である k^{eq} に収束し、震災前水準 k_1 に復旧することはないが、その水準はラムゼーモデルから導出される最適な資本ストック水準 k^{mgd} (貯蓄率 39%) よりも低い水準となる。これより、東北地方の資本ストック (民間資本) 水準は過小蓄積であることが示唆される。

(4) 復旧期間の推計

現在の日本の貯蓄率を、ラムゼーモデルにおいて望ましいとされる水準（資本分配率に等しい 39%）にただちに変更する政策を政府が実行するという、理想的な状況を想定した時の、震災後の 1 人当たり資本ストック k_0 から震災前水準 k_1 、修正された黄金律水準 k^{mgd} にそれぞれ到達する期間を、p14 の（5 式）よりそれぞれ推計する。

1) 全国

P14 の（5 式）に表 1 のデータを代入することで求められる、 k_0 から k_1 、 k_0 から k^{mgd} （ただし、完全な収束には 100 年以上の期間がかかることから、 k^{mgd} の 95%水準）にそれぞれ到達する期間 t は、時間選好率 ρ が 1%~3%のそれぞれのケースにおいて、表 15 の通りである。

表 15 ラムゼーモデルにおける震災前水準、修正された黄金律水準への到達期間(全国)

時間選好率	k_0 から k_1 への到達期間	k_0 から k^{mgd} への到達期間
$\rho = 1\%$	0.2 年	43.1 年
$\rho = 2\%$	0.2 年	37.0 年
$\rho = 3\%$	0.2 年	31.6 年

表 15 より、 ρ が 1%~3%のいずれの場合においても、全国の 1 人当たり資本ストックは 0.2 年で震災前水準 k_1 に復旧する。現在の日本の貯蓄率 21%を前提としたソローモデルでの結果（p4 参照）である約 3.6 年と比較すると、仮に貯蓄率がラムゼーモデルにおける最適な水準である 39%となるならば、3 年以上復旧が早くなる。

ただし、望ましい資本ストック水準である修正された黄金律水準 k^{mgd} への到達は、 ρ が 1%~3%のいずれの場合においても 30 年以上かかることとなる。

2) 東北地方

P14 の（5 式）に表 7 のデータを代入すること求められる、東北地方の 1 人当たり資本ストックが震災前水準 k_1 、修正された黄金律水準 k^{mgd} （95%水準）にそれぞれ到達する期間 t は、時間選好率 ρ が 1%~3%のそれぞれのケースにおいて、表 15 の通りである。

表 16 ラムゼーモデルにおける震災前水準、修正された黄金律水準への到達期間(東北地方)

時間選好率	k_1 への到達期間	k^{mgd} への到達期間
$\rho = 1\%$	2.5 年	44.0 年
$\rho = 2\%$	2.9 年	38.0 年
$\rho = 3\%$	3.4 年	32.8 年

表 16 より、 ρ が 1%~3%のいずれの場合においても、東北地方の 1 人当たり資本ストックは 2~3 年で震災前水準 k_1 に復旧する。現在の東北地方の貯蓄率 21%を前提としたソローモデルでは、震災前水準までは復旧しない（震災前水準よりも小さい資本ス

ックが望ましい) という結果 (p10 参照) になったが、仮に貯蓄率がラムゼーモデルにおける最適な水準である 39%となるならば、2~3 年で震災前水準に復旧できることになる。

ただし、望ましい資本ストック水準である修正された黄金律水準 k^{mgd} への到達は、 ρ が 1%~3%のいずれの場合においても 30 年以上かかることとなる。

以上

【本研究に対するお問い合わせ先】

(財) 日本総合研究所 特別研究本部

担当：青木、上泉

電話番号：03-5275-1570

※本資料は、現時点における自主研究の成果を取りまとめたものであり、今後の研究成果に応じて更新されることがあります。